Гоеря текв. Поки.

1. Из каждой вершины многоугольника провели высоты ко всем сторонам, у которых она не является концевой. Докажите, что основание по крайней мере одной из высот лежит на соответствующей стороне, а не на её продолжении.
2. Выпуклый многоугольник P лежит внутри выпуклого многоугольника Q. Докажите, что периметр Q больше периметра P.
3. Ломанная длины 200 нарисована внутри единичного квадрата. Докажите, что можно провести прямую, параллельную одной из сторон квадрата, которая имеет с ломанной не менее 101 общей точки.
4. Внутри окружности радиуса n расположено $4n$ отрезков длины 1. Докажите, что для любой прямой можно провести прямую, параллельную или перпендикулярную ей, которая пересечёт по крайней мере два отрезка.
5. Внутри квадрата со стороной 1 расположено несколько окружностей, сумма длин которых равна 10. Докажите, что найдётся прямая, пересекающая по крайней мере четыре из этих окружностей.
6. На отрезке длины 1 закрашено несколько отрезков, причём расстояние между любыми двумя закрашенными точками не равно 0.1. Докажите, что сумма длин закрашенных отрезков не превышает 0.5.
7. На прямой отметили несколько отрезков, любые два из которых пересекаются. Докажите, что все отрезки имеют общую точку.
8. Докажите, что утверждение предыдущей задачи неверно для бесконечного числа интервалов (вместо конечного числа отрезков).
9. На плоскости расположено конечное множество не обязательно выпуклых многоугольников, каждые два их которых имеют общую точку. Докажите, что существует прямая, имеющая общие точки со всеми этими многоугольниками.
10. В течение дня в библиотеке побывало n читателей. Оказалось, что в тот день из любых трёх читателей двое в библиотеке встретились. Докажите, что сотрудник библиотеки мог сделать важное объявление в такие два момента времени, чтобы все n человек его услышали. (Каждый читатель побывал в библиотеке только один раз.)
11. На координатной плоскости нарисованы n прямоугольников со сторонами, параллельными осям координат. Любые два прямоугольника пересекаются. Докажите, что есть точка, принадлежащая им всем.
12. На прямой отметили $2n + 1$ отрезок. Каждый из отмеченных отрезков пересекается хотя бы с n другими. Докажите, что среди отмеченных отрезков найдётся пересекающийся со всеми остальными.
13. Квадрат 2×2 разрезали на прямоугольники. Докажите, что можно закрасить некоторые из них так, что проекция закрашенной области на одну сторону будет не меньше, а на другую не больше единицы.